Die Ursachen des Unterschiedes von WOZ und MEZ

Wie man die Sonnenuhrzeit (WOZ) abliest und wie man mittels der Zeitkorrektur ZK aus ihr die „Armbanduhrzeit“ (MEZ bzw. MESZ) umrechnet, ist in den Flyern hinreichend erläutert. Aber der Nachdenkliche möchte gerne wissen, wie man an die Umrechnungsformel MEZ = WOZ + ZK kommt und welche astronomischen Fragen sich in dieser Formel verbergen. Diesen Fragen soll nun nachgegangen werden.

Die Sonne als das den Tag strukturierende Gestirn

Dass die Sonne unserem Tag Struktur gibt, ist wohl jedem bewusst. Mit ihrem Aufgehen im Osten, ihrem Höchststand im Süden und ihrem Verschwinden im Westen kennzeichnet sie

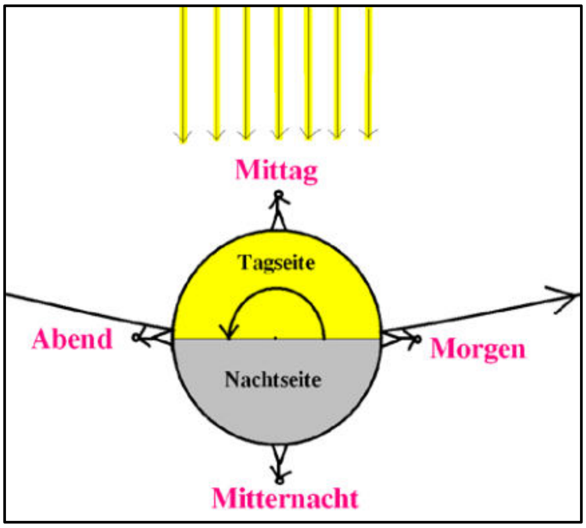

Abb. 1: Sonnenstand und Tageszeit

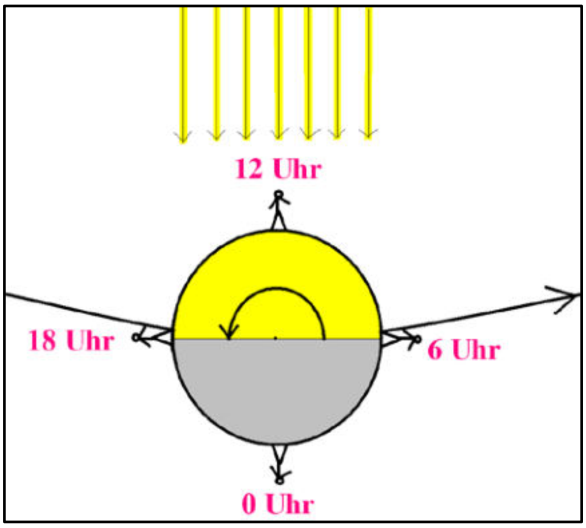

Abb. 2: Sonnenstand und Uhrzeit

für uns Morgen, Mittag und Abend (Abb.1). Und die meisten wissen auch, dass wir uns diesen Zeitablauf mit der Achsendrehung der Erde erklären. Diesen Tageszeiten kann man nun die Uhrzeiten 6, 12 und 18 Uhr zuordnen (Abb.2). Genau genommen gilt das nur für die Tag- und Nachtgleiche am 21.3. und 23.9. So hat jeder Ort auf der Erde seine eigene Zeit. Das ist die sog. **W**ahre **O**rts**z**eit (WOZ). Ausgenommen von dieser Regel sind nur die Orte, die auf dem gleichen Längenkreis, also genau nördlich oder südlich von einem bestimmten Ort, liegen. Durch die West-Ost-Drehung der Erde erreichen östlich von uns liegende Orte den Sonnenhöchststand früher, westlich liegende später. So ist 12:00 WOZ in Olpe 3,7 Minuten früher, in Aachen 3 Minuten später als in Köln, weil die Sonne in Olpe schon 3,7 Minuten früher und in Aachen erst 3 Minuten später als in Köln ihren Höchststand erreicht. Das mag nicht viel sein, aber bereits in Görlitz an der Neiße kulminiert die Sonne bereits 32 Minuten früher und in Greenwich/London erst 28 Minuten später (Abb. 3).

Wie errechnet man die WOZ eines anderen Ortes?

Die Differenz zweier Ortszeiten nennt man den **L**ängen**z**eit**u**nterschied LZU der Orte A und B.

Als Formel: **WOZ(Ort A) – WOZ(Ort B) ≡ LZU <==> WOZ(B) = WOZ(A) – LZU**

Will man also die Ortszeit eines anderen Ortes berechnen, benötigt man die eigene Ortszeit und den LZU. Wie kommt man aber an den LZU? Er ergibt sich aus der Winkelgeschwindigkeit ω der Erde, mit der sie sich täglich um ihre eigene Achse dreht: $\omega = \frac{\Delta\lambda}{\Delta t}$. Δλ ist die Längengraddifferenz, also der Drehwinkel der Erde, und Δt die dafür benötigte Zeit. Dieses Δt ist aber nichts anderes als der gesuchte LZU. Für den LZU ergibt sich dann:

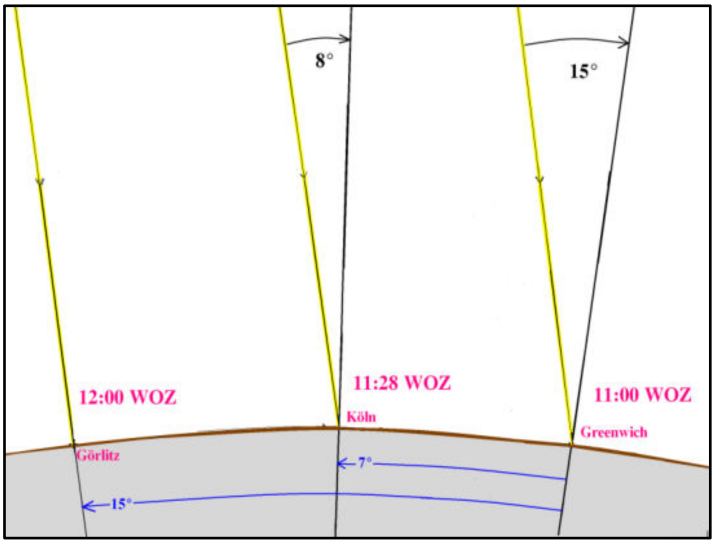

Abb. 3: Die unterschiedlichen Ortszeiten in den Städten Görlitz, Köln und Greenwhich (London)

$$\frac{\Delta\lambda}{\omega} = \Delta t \equiv LZU$$

Die Zeitdauer zwischen zwei aufeinanderfolgenden Kulminationen der Sonne sind 24 Stunden = 1440 Minuten, und der zugehörige Drehwinkel der Erde beträgt 361°, da die Erde sich wegen ihrer Bahnbewegung um durchschnittlich knapp 1° weiterdrehen muss: $\omega = \frac{361°}{1440 Min} \approx \frac{1°}{4 Min}$ bzw. $\frac{1}{\omega} = \frac{0{,}25 Min}{1°}$ Für eine Drehung um 1° braucht also die Erde ¼ Minute. Oder anders: In 1 Minute dreht sich die Erde um 4°. Kennt man also die Längengraddifferenz Δλ, kann man so sehr einfach den LZU ausrechnen.

Warum gibt es neben der WOZ noch eine MOZ (Mittlere Ortszeit)?

Man kann folgenden Versuch machen: Man synchronisiert eine Armbanduhr mit der Sonnenuhr, indem man mittags, wenn die Sonne den Meridian erreicht, die Armbanduhr auf 12 stellt und dann jeden Mittag kontrolliert, ob beide noch synchron laufen. Man wird dann sehr bald feststellen, dass eine Differenz auftaucht. Wer geht aber nun falsch, Sonnenuhr oder Armbanduhr? Man kann die Armbanduhr gegen eine technisch bessere austauschen, die festgestellte Differenz zwischen den beiden Zeitmesssystemen bleibt, so dass

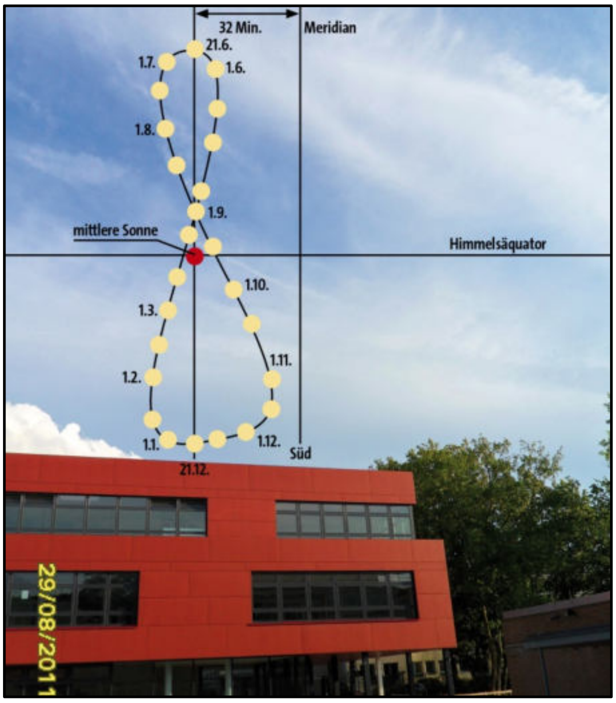

Abb. 4: Skizze des Sonnenstandes jeweils 12:00 MEZ

nur die unangenehme Konsequenz bleibt: Die Sonne geht nicht genau! Präziser formuliert: Der jährliche Lauf der Sonne am Firmament ist ungleichmäßig. Die Sonne „eiert“. (Dass er nur ein Abbild unserer eigenen jährlichen Erdbewegung ist, also hier eine geozentrische Betrachtung vorliegt, spielt zunächst keine Rolle.) Diese Abweichungen vom gleichmäßigen Lauf betragen bis über 15 Minuten. Eine solche Ungenauigkeit ist aber für ein einigermaßen genaues Zeitmesssystem nicht tragbar. Daher hat man einen fiktiven mittleren Lauf der Sonne definiert. Diese Zeit ist die Mittlere Ortszeit (MOZ). Die Differenz zwischen beiden nennt man die Zeitgleichung ZGL:

ZGL ≡ WOZ – MOZ

Was in dieser Differenz Minuend bzw. Subtrahend ist, ist letztlich eine Frage der Zweckmäßigkeit und Konvention[1].

Vor der Einführung der Zonenzeit definierte man ZGL ≡ MOZ - WOZ. Die Kirchturmuhren zeigten nicht die wahre, sondern die mittlere Ortszeit an. Denn mechanischen Uhren (Räderuhren) ist es nicht möglich, die periodisch schwankende Sonnenuhrzeit darzustellen! Um die MOZ dieser mechanischen Uhren einzustellen, brauchte man die WOZ dieses Ortes als Referenzzeit (bekannt z.B. durch eine Sonnenuhr am Ort). Durch Addition der ZGL erhielt man so die MOZ, mit der man die Kirchturmuhr einstellte (MOZ=WOZ+ZGL <=> ZGL=MOZ-WOZ). Man glich also die MOZ der WOZ an, daher der Name *Zeit(an)gleichung*. Heute ist die Referenzzeit nicht mehr die Sonnenuhrzeit, sondern das amtliche Zeitsignal. Die WOZ erhält man dann durch Addition der ZGL zur MOZ. So kommt es zur heute üblichen Definition der ZGL (siehe oben).

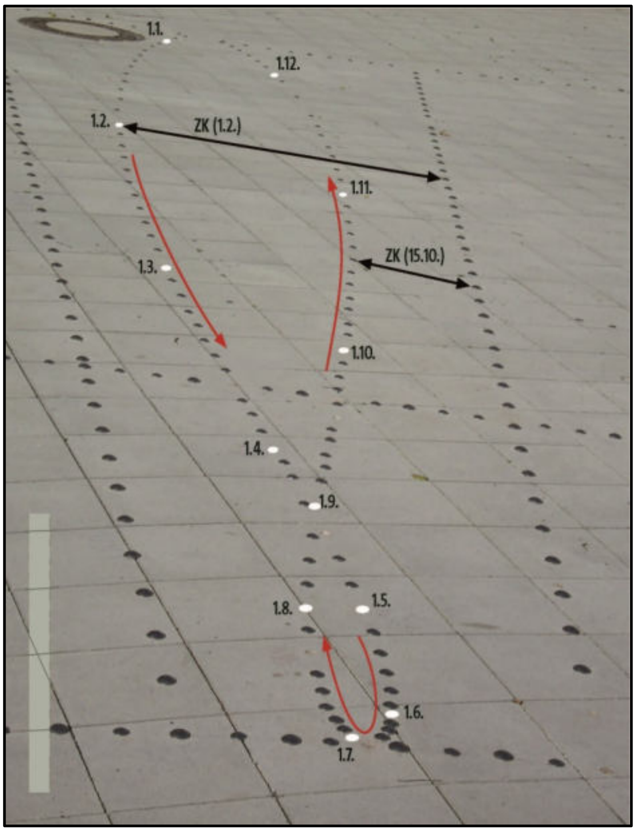

Abb. 5: Das Analemma als gepunktete Linie (Rundkopfschrauben aus Edelstahl); jeweils der 1. eines Monats ist gekennzeichnet

Man kann den ungleichmäßigen Sonnenlauf anschaulich darstellen, indem um 12:00 MEZ immer vom gleichen Standort aus die Sonne ein Jahr lang fotografiert und dann die einzelnen Bilder übereinander legt. Die Sonnenbilder beschreiben dann eine 8-förmige Figur, das sog. *Analemma*, wie ich es für die APG-Sonnenuhr einmal gezeichnet habe (siehe Abb.4). Die Schattenprojektion auf den Schulhof ergibt dann das Analemma zwischen der XI- und XII-Stundenlinie der Sonnenuhr (siehe Abb. 5).

[1] Texte in *Kleindruck* ergänzen die Sachverhalte um interessante und sinnvolle, aber nicht notwendige Darstellungen und Erörterungen. Sie können beim Lesen übersprungen werden.

Die MEZ als Zonenzeit

WOZ und MOZ sind Ortszeiten. Jeder Ort hat, wie eben erläutert, seine eigene Zeit. Mit der MOZ hatte man zwar das jährliche lästiges Schwanken der wahren Sonne in den Griff bekommen; denn das Wirtschaftsleben erforderte eine verbindliche Zeit. Aber die Tatsache, dass jeder Ort seine eigene Zeit hat, war damit nicht beseitigt. Jede Stadt hatte so ihre eigene Zeit. Es gab so u.a. eine Kölner, eine Hamburger, eine Berliner Zeit. Mit dem Aufkommen des Schienenverkehrs und der Notwendigkeit, Fahrpläne aufstellen zu müssen, wurde dies zum Problem. Notwendig war eine Zeit, die nicht mehr vom Ort abhängig war. Das ist die Zonenzeit. Dafür hat man die Erde (rein theoretisch) in 15° breite Zonen eingeteilt, in denen dann die gleiche Zeit gilt. Als Referenzlänge für unsere Zonenzeit, die MEZ, hat man den Längenkreis 15° östlicher Länge festgelegt. Die MEZ ist also nichts anderes als die MEZ des 15. Längengrades, auf dem zufälligerweise die Stadt Görlitz liegt:

MEZ ≡ MOZ(Görlitz)

Bei diesen Überlegungen muss allerdings beachtet werden, dass durch die Einführung der Zonenzeit die Ortszeit nicht beseitigt wurde, wie es auf den ersten Blick scheinen könnte. Man denkt dann an die in früheren Zeiten geltende Vielheit von Längen- und Gewichtseinheiten, die Handel und Wissenschaft behinderten. Durch Vereinheitlichung und Normierung hat man sie wirklich beseitigt. Die WOZ ist aber eine physikalische bzw. astronomische Tatsache, die durch die Einführung der Zonenzeit (einer fiktiven Zeit!) nicht aus der Welt geschafft werden kann. Dass an den betrachteten Orten Aachen, Köln, Olpe, Berlin und Görlitz etc. in einem bestimmten Augenblick technische Uhren dieselbe Zeit anzeigen, ist eine reine Fiktion, allerdings eine, die uns unser Leben erleichtert!

Ableitung der Formel MEZ = WOZ + ZK[2]

In den vorangehenden Überlegungen haben wir die drei Gleichungen gefunden:

WOZ (Görlitz) – WOZ (Köln) = LZU (G,K) [Gl.1]
ZGl ≡ WOZ – MOZ [Gl.2]
MEZ ≡ MOZ (Görlitz) [Gl.3]

(Das Symbol „≡"soll anzeigen, dass es sich um Definitionen(Festsetzungen) handelt). Mit ihrer Hilfe können wir nun die sehr handliche Formel, die wir oben zur Bestimmung der MEZ aus der abgelesenen Sonnenuhrzeit benutzt haben, ableiten. Dazu müssen die drei Gleichungen mathematisch „verarbeitet" werden. Ein möglicher Weg sie hier vorgeführt.
Obwohl nicht zwingend, so ist es doch sinnvoll, bei dieser Ableitung von der Gleichung auszugehen, die die gesuchte Größe enthält. Da die MEZ in Abhängigkeit von der WOZ

[2] Zum besseren Verständnis der hier vorgeführten Ableitung ist es sinnvoll, sie auf einem Stück Papier selbständig nachzuvollziehen.

gesucht wird, beginnen wir mit der Gl.3 MEZ ≡ MOZ(G). MOZ(G) muss eliminiert werden, da die MEZ in Abhängigkeit von der WOZ und nicht von der MOZ gebraucht wird. Das erreichen wir durch Spezifizierung und Einsetzen der Gl.2 MOZ(G) =WOZ(G) – ZGL. Dann ergibt sich:

MEZ = WOZ(G) – ZGL [Gl.4].

In dieser Gleichung ist aber die MEZ abhängig von der WOZ des Bezugsortes (Görlitz), gebraucht wird aber die MEZ in Abhängigkeit von der WOZ des Beobachtungsortes, also z.B. Köln. Für WOZ(G) muss also eine Beziehung mit WOZ(K) eingesetzt werden.
Das wird mit Hilfe Gl.1 erreicht. Umformen und Einsetzen ergibt dann:

MEZ = WOZ(K) + LZU(G) – ZGL [Gl.5].

LZU und ZGL sind (relative) Konstanten. Die erste ist abhängig von Ort, aber unabhängig vom Datum; die zweite ist abhängig vom Datum, aber unabhängig vom Ort (Sie gilt für alle Orte auf dem Globus). Mit diesen beiden Werten muss also die abgelesene WOZ korrigiert werden, um die MEZ zu ermitteln. Daher ist es sinnvoll, sie zusammenzufassen und sie die Zeitkorrektur ZK zu nennen. Also definieren wir:

LZU - ZGL ≡ ZK [Gl.6].

Mit Gl.6 vereinfacht sich Gl.5, und es ergibt sich dann die oben benutzte Formel.

Formalisiert lässt sich diese Ableitung auch wie folgt übersichtlich darstellen:

$$\begin{array}{lll} & MEZ \equiv MOZ_G & [Gl.3] \\ & MOZ_G = WOZ_G - ZGl & [Gl.2] \\ \Longrightarrow & MEZ = WOZ_G - ZGl & [Gl.4] \\ & WOZ_G = WOZ + LZU & [Gl.1] \\ \Longrightarrow & MEZ = WOZ + LZU - ZGl & [Gl.5] \\ & LZU - ZGl \equiv ZK & [Gl.6] \\ \Longrightarrow & \underline{\underline{MEZ = WOZ + ZK}} & \end{array}$$

Die Ursachen des unregelmäßigen jährlichen Sonnenlaufs am Himmelsgewölbe

Die vorangehenden Überlegungen zeigen, die Zeitkorrektur ZK setzt sich aus den zwei Faktoren, dem Längenzeitunterschied LZU und der Zeitgleichung ZGL, zusammen. Der LZU bedarf keiner weiteren Erklärung. Was aber bedingt die ZGL, also den unterschiedlichen jährlichen Sonnenlauf am Firmament oder – wie wir es oben genannt haben – das „Eiern“ der Sonne? Die Beobachtung der Sonne von Erde aus, die sog. geozentrische Betrachtung, liefert uns diesen merkwürdigen Befund. Wenn wir aber diesen Beobachtungspunkt verlassen und umgekehrt die Erde von der Sonne aus betrachten könnten (heliozentrischer Standpunkt), zeigte sich, dass sich dieser Befund zum einen aus der unterschiedlichen Bahngeschwindigkeit der Erde um die Sonne (Keplersche Gesetze), zum anderen aus der Schrägstellung der Erdachse auf der Bahnebene ergibt. Damit sind die beiden Ursachen für den aus geozentrischer Sicht sonderbaren Befund benannt. Im Folgenden sollen sie ein näher erläutert werden.

1. Der Einfluss der Bahnellipse

Wir sehen bei dieser Betrachtung von der Schrägstellung der Erdachse ab. Heliozentrisch gesehen bewegt sich die Erde in 365 Tagen auf einer nahezu kreisförmigen Bahn um die Sonne. D.h. der tägliche Bogen der Erdbahn beträgt knapp 1°. Da der Sonnentag die Dauer zwischen zwei aufeinander folgenden Meridiandurchgängen der Sonne ist, muss sich die Erde zusätzlich um den gleichen Winkelbetrag drehen, damit die Sonne wieder im Meridian erscheint. Nach dem *1. Keplerschen Gesetz*[3] bewegt sich die Erde aber nicht exakt auf einer Kreisbahn, sondern auf einer *ellipsenförmigen Bahn*, wobei die Sonne in einem ihrer beiden Brennpunkte steht. Nach dem *2. Keplerschen Gesetz* bewegt sie sich *nicht mit konstanter Bahngeschwindigkeit*, sondern in Sonnennähe, im Perihel[4], mit maximaler, in Sonnenferne, im Aphel[5], mit minimaler Geschwindigkeit. Da – wie erwähnt - der Sonnentag die Dauer zwischen zwei Meridiandurchgängen der Sonne bedingt durch die Achsendrehung der Erde

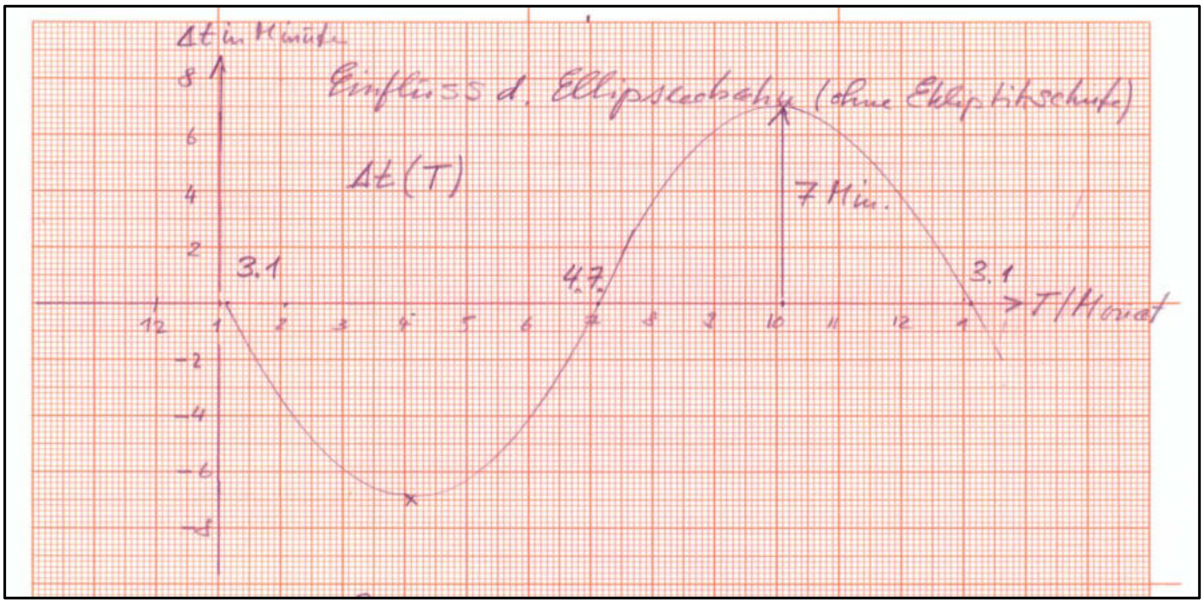

Abb. 6: Der Einfluss der Bahnellipse (2. Keplersches Gesetz)

ist, ist ihre zusätzliche Drehung unterschiedlich. Die Zu- und Abnahme der Bahngeschwindigkeit im Perihel und Aphel und die damit verbundenen längeren bzw. kleineren Bahnabschnitte bewirken aber, dass im Mittel im Perihel der zusätzliche Drehwinkel größer, im Aphel kleiner ist, so dass der Sonnentag um das Periheldatum herum ein wenig länger bzw. um das Apheldatum ein wenig kürzer ist. Diese Werte sind pro Tag sehr gering, summieren sich jedoch zu gut ± 7 Minuten auf. Graphisch ergibt sich eine (negative) Sinusschwingung mit der Schwingungsdauer von einem Jahr und einer Amplitude

[3] Erst nach Fertigstellung dieser Untersuchung habe ich das sehr lesenswerte Buch ***Feynmans verschollene Vorlesung, Die Bewegung der Planeten um die Sonne*** von D. und J. Goodstein, München, 2000, ennengelernt.

[4] Kunstwort aus den gr. Worten περι (peri) - um… herum und ἥλῖος (helios) - Sonne

[5] ebenso aus den gr. Worten ἀπό (apo) - fern von und ἥλῖος (helios) - Sonne

von 7 Minuten. Die Schwingung beginnt mit dem Periheldatum (3. Januar), ist somit fast identisch mit dem Jahresbeginn (s.Abb.6).

2. Der Einfluss der Schrägstellung der Erdachse

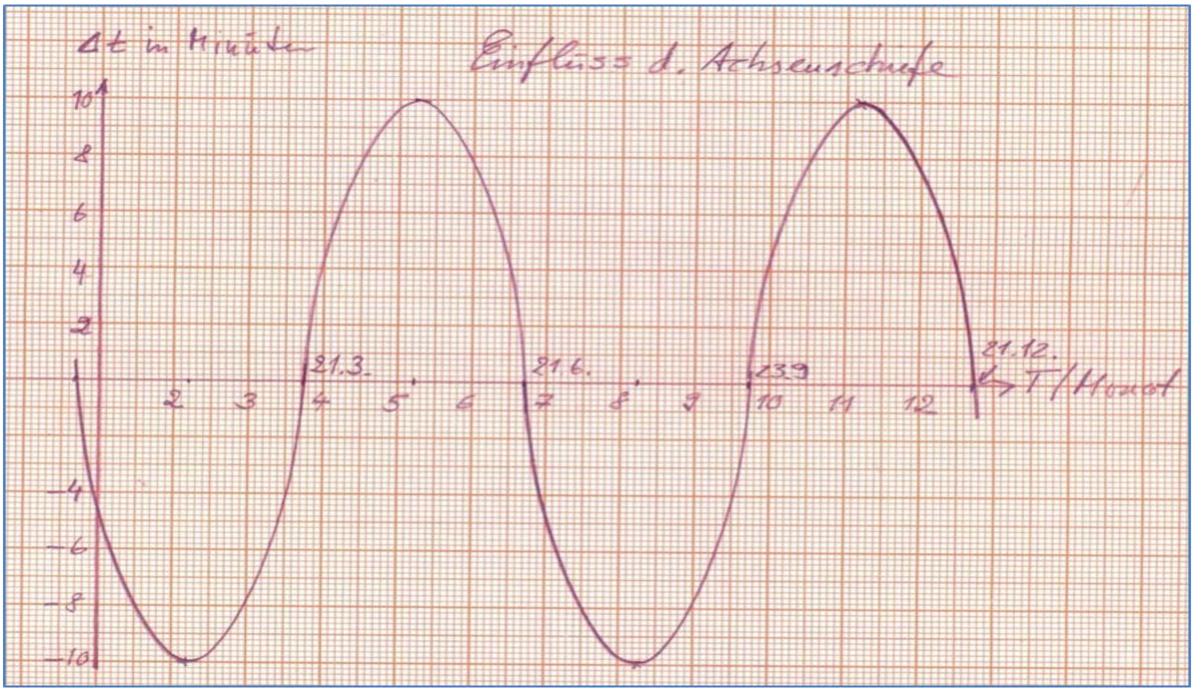

Abb. 7: Einfluss der Schrägstellung der Erdachse (Schiefe der Ekliptik)

Bei dieser Betrachtung gehen wir von einer exakt kreisförmigen Erdbahn aus. Die Achse, um die sich die Erde im Laufe eines Tages dreht, ist in Bezug zu den Fixsternen (also siderisch betrachtet) nahezu unveränderlich. Allerdings steht sie nicht senkrecht auf der Erdbahnebene, sondern ist um einen Winkel von 23,44° geneigt. Anders ausgedrückt: Erdachse und Erdbahnachse (Achse durch die Sonne senkrecht auf Erdbahnebene) bilden einen Winkel von 23,44°. Von der Sonne aus gesehen (also heliozentrisch betrachtet) vollführt die Erdachse im Laufe eines Jahre eine Taumelbewegung. Wie schon oben erläutert, bedingt der Bahnbogen von knapp 1°, den die Erde pro Sonnentag zurücklegt, eine gleichgroße zusätzliche Drehung um die Erdachse. Stände die Erdachse auf der Bahnebene senkrecht, wäre also der Winkel zwischen beiden Achsen 0° (und die Bahn ein exakter Kreis), wäre die zusätzliche Drehung für einen Sonnentag im Laufe des Jahres unveränderlich. Umgekehrt, wenn die Erdachse in der Bahnebene läge, der Winkel zwischen beiden Achsen somit 90° betrüge, wäre keine zusätzliche Drehung um die Erdachse notwendig. Da die Erdachse heliozentrisch eine Taumelbewegung vollführt, ist die zusätzlich notwendige Drehung unterschiedlich groß und damit ist der Sonnentag unterschiedlich lang.
An den <u>Sonnenwenden</u> steht die Erdachse von der Sonne aus gesehen scheinbar senkrecht auf der Erdbahnebene. Die zusätzliche Drehung ist maximal, d.h. der Sonnentag ist im Mittel länger. Die Zeit vergeht scheinbar langsamer.
An den <u>Tag-und-Nacht-Gleichen</u> erreicht der Winkel beider Achsen von der Sonne aus gesehen ihren maximalen Wert (23,44°). Die für einen Sonnentag zusätzliche Drehung der

Erdachse ist jetzt am geringsten. Der Sonnentag ist im Mittel kürzer. Die Zeit vergeht scheinbar schneller.
Diese Änderungen liegen pro Tag im Sekundenbereich, summieren sich aber zu maximal ±10 Minuten auf. Es entsteht so eine Schwingung mit einer Amplitude von 10 Minuten und einer Periodendauer von einem halben Jahr. Weil das Sommerhalbjahr auf der Nordhalbkugel um eine Woche länger als das Winterhalbjahr ist, weicht die Schwingung geringfügig von einer exakten Sinusschwingung ab. Sie ist also im strengen Sinne nur sinusähnlich (siehe Abb.7)

Die Zeitgleichung

Die Superposition der beiden Graphen ergibt dann die Zeitgleichung. Da ihre Perioden unterschiedlich lang und zeitlich gegeneinander verschoben sind, ergibt die Addition eine Schwingung mit 2 Hauptmaxima im Winterhalbjahr (3.11. und 11.2.) und 2 Nebenmaxima im Sommerhalbjahr (14.5. und 26.7.) sowie 4 Nullstellen (s.Abb.8). Nullstelle bedeutet, dass an diesen Tagen WOZ = MOZ ist, d.h. die Sonne kulminiert um 12:00 MOZ.
Durch das um eine Woche längere Sommerhalbjahr auf der Nordhalbkugel ist die Zeitachse gedehnt bzw. gestaucht. Die Kurve, die sich aus der Schrägstellung der Erdachse ergibt, ist nicht unabhängig von diesem Dehnungs- bzw. Stauchungseffekt. Damit ist das hier vorgeführte Ergebnis mit einem systematischen Fehler behaftet. Es weicht aber nicht wesentlich von den Daten ab, die die Empirik liefert, und ist, da es sich hier nur um halbquantitative Darstellung handelt, hinnehmbar.

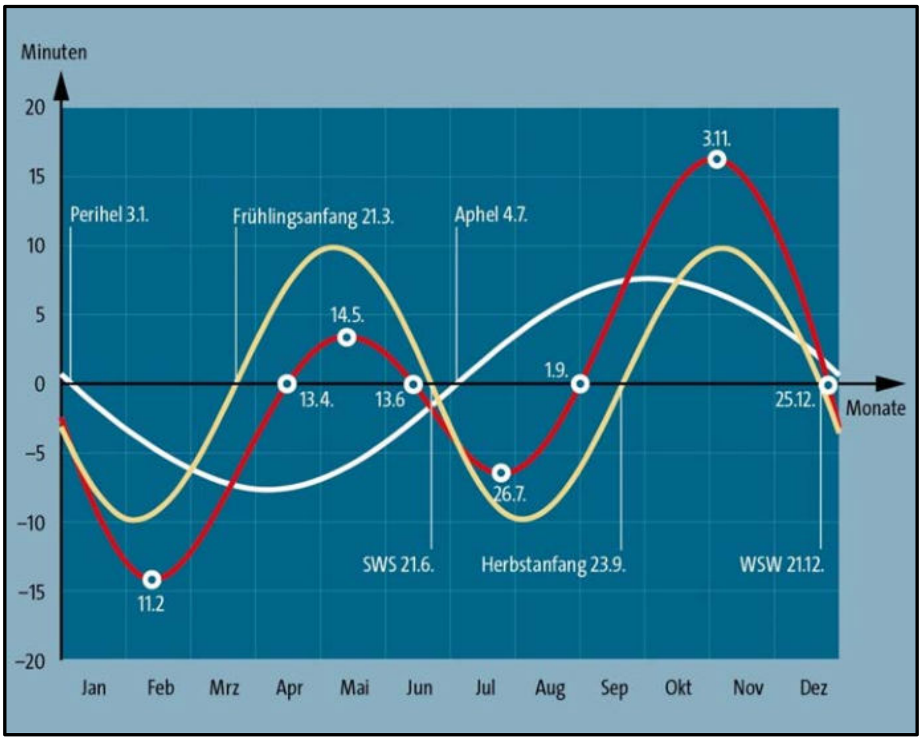

Abb. 8: Die Zeitgleichung (rot) als Überlagerung des Ellipsenbahneffektes (weiß) u. der Schiefstellung der Erdachse (beige)

März 2017/Februar 2022 Viktor Schreier

Die Abbildungen 4, 5 und 8 wurden von Gerhard Weiland bearbeitet.